SYNTHESE :

Les formules d'additions :

$$\begin{pmatrix}\cos(a-b)\\ \cos(a+b)\\ \sin(a+b)\\ \sin(a-b)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos(u;v)=\\ \cos(a-(-b))\\ \cos\left(\frac{\pi}{2}-(a+b)\right)=\\ \sin(a-(-b))\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}XX'+YY'\\ \cos(a-(-b))\\ \cos\left(\left(\frac{\pi}{2}-a\right)-b\right)\\ \sin(a-(-b))\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos(a)\cos b+\sin(a)\sin(b)\\ \cos(a)\cos(b)-\sin(a)\sin(b)\\ \sin(a)\cos(b)+\cos(a)\sin(b)\\ \sin(a)\cos(b)-\cos(a)\cos(b)\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}\tan(a+b)\\ \tan(a-b)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\dfrac{\sin(a+b)}{\cos(a+b)}\\ \dfrac{\sin(a-b)}{\cos(a-b)}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\dfrac{\dfrac{\sin(a)\cos(b)+\cos(a)\sin(b)}{\cos(a)\cos(b)}}{\dfrac{\cos(a)\cos(b)-\sin(a)\sin(b)}{\cos(a)\cos(b)}}\\ \dfrac{\dfrac{\sin(a)\cos(b)-\cos(a)\sin(b)}{\cos(a)\cos(b)}}{\dfrac{\cos(a)\cos(b)+\sin(a)\sin(b)}{\cos(a)\cos(b)}}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\dfrac{\tan a+\tan(b)}{1-\tan(a)\tan(b)}\\ \dfrac{\tan a-\tan(b)}{1+\tan(a)\tan(b)}\end{pmatrix}$$

Les déterminants zégama (1991-1993 ; notation personnel ou au brouillon lors d'examen) :

$$\begin{pmatrix}\cos(a-b)\\ \cos(a+b)\\ \sin(a+b)\\ \sin(a-b)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos(a)\cos b+\sin(a)\sin(b)\\ \cos(a)\cos(b)-\sin(a)\sin(b)\\ \sin(a)\cos(b)+\cos(a)\sin(b)\\ \sin(a)\cos(b)-\cos(a)\cos(b)\end{pmatrix}\Leftrightarrow\begin{cases}\begin{pmatrix}\cos(a-b)\\ \sin(a-b)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos(a)\cos b+\sin(a)\sin(b)\\ \sin(a)\cos(b)-\cos(a)\cos(b)\end{pmatrix}\\ \begin{pmatrix}\cos(a+b)\\ \sin(a+b)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos(a)\cos(b)-\sin(a)\sin(b)\\ \sin(a)\cos(b)+\cos(a)\sin(b)\end{pmatrix}\end{cases}$$

$$\begin{pmatrix}\cos(\alpha)\\ \sin(\alpha)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\cos(\alpha)\\ \sin(\beta)\end{pmatrix}=\begin{vmatrix}\cos(\alpha)&\cos(\beta)\\ \sin(\alpha)&\sin(\beta)\end{vmatrix}=\begin{pmatrix}\cos(\alpha)\cos(\beta)-\sin(\alpha)\sin(\beta)\\ \sin(\alpha)\cos(\beta)+\sin(\beta)\cos(\alpha)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos(\alpha-\beta))\\ \sin(\alpha-\beta)\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}\cos(\alpha)\\ \sin(\alpha)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\cos(\beta)\\ -\sin(\beta)\end{pmatrix}=\begin{vmatrix}\cos(\alpha)&\cos(\beta)\\ \sin(\alpha)&-\sin(\beta)\end{vmatrix}=\begin{pmatrix}\cos(\alpha)\cos(\beta)+\sin(\alpha)\sin(\beta)\\ \sin(\alpha)\cos(\beta)-\sin(\beta)\cos(\alpha)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos(\alpha+\beta))\\ \sin(\alpha+\beta)\end{pmatrix}$$

Formule de duplication :

$$\begin{pmatrix}\cos(2a)\\ \sin(2a)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos(a+a)\\ \sin(a+a)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos(a)\cos(a)-\sin(a)\sin(a)\\ \sin(a)\cos(a)+\sin(a)\cos(a)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos^2(a)-\sin^2(a)\\ 2\sin(a)\cos(a)\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}\cos^2(a)+\sin^2(a)=1\\ \cos^2(a)-\sin^2(a)=\cos(2a)\end{pmatrix}\Leftrightarrow\begin{pmatrix}2\cos^2(a)\\ 2\sin^2(a)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1+\cos(2a)\\ 1-\cos(2a)\end{pmatrix}\Leftrightarrow\begin{pmatrix}2\cos^2(a)-1\\ 1-2\sin^2(a)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos(2a)\\ \cos(2a)\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}\cos\left(2\frac{\alpha}{2}\right)\\ \cos\left(2\frac{\alpha}{2}\right)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)-1\\ 1-2\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)\end{pmatrix}\Leftrightarrow\begin{pmatrix}\dfrac{\cos\left(2\frac{\alpha}{2}\right)+1}{2}\\ \dfrac{\cos\left(2\frac{\alpha}{2}\right)-1}{2}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)\\ \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)\end{pmatrix}\Leftrightarrow\begin{pmatrix}\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\\ \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\sqrt{\dfrac{\cos\left(2\frac{\alpha}{2}\right)+1}{2}}\\ \sqrt{\dfrac{\cos\left(2\frac{\alpha}{2}\right)-1}{2}}\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}\cos(3\alpha)\\ \sin(3\alpha)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos(2\alpha+\alpha)\\ \sin(2\alpha+\alpha)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\left(\cos^2(\alpha)\cos(\alpha)-\sin^2(\alpha)\cos(\alpha)\right)-\left(2\sin^2(\alpha)\cos(\alpha)\right)\\ \left(2\sin(\alpha)\cos^2(\alpha)\right)+\left(\cos^2\alpha\sin(\alpha)-\sin^3(\alpha)\right)\end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow\begin{pmatrix}\cos(3\alpha)\\ \sin(3\alpha)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3\cos(\alpha)+4\cos^3(\alpha)\\ 3\sin(\alpha)-4\sin^3(\alpha)\end{pmatrix}$$

$$\left(\cos(n\alpha);\sin(n\alpha)\right)^n=\left(\cos(\alpha)^{n-1}\cos(\alpha);\sin(\alpha)^{n-1}\cos(\alpha)\right)\ et\ m\in\mathbb{N}$$

$$\Leftrightarrow\left(\cos(n\alpha);\sin(n\alpha)\right)^n=\left(\sum_{k=0}^{k=m}C_m^{2k}\ (-1)^{k+2}\cos^{m-2k}(\alpha)\sin^{2k}(\alpha)\ ;\sum_{k=0}^{k=m}C_m^{2k+1}(-1)^{k+2}\cos^{m-(2k+1)}(\alpha)\sin^{2k+1}(\alpha)\right)$$

Introduction au nombre complexe : Formule de Moivre et de tchebytchev

$$\Leftrightarrow\left(\cos(\alpha)+i\sin(\alpha)\right)^n=\sum_{k=0}^{k=n}C_n^k\ \cos^{n-k}(\alpha)\,i^k\sin^k(\alpha)$$

$$\Leftrightarrow\left(\cos(\alpha)+i\sin(\alpha)\right)^n=\left(\sum_{k=0}^{k=n}C_m^k\ i^{(2k)}\cos^{(n-2k)}(\alpha)\sin^{(2k)}(\alpha)\right)-i\left(\sum_{k=0}^{k=n}C_n^k\ i^{2k}\cos^{n-(2k+1)}(\alpha)\sin^{(2k+1)}(\alpha)\right)$$

$$\Leftrightarrow\left(\cos(\alpha)+i\sin(\alpha)\right)^n=\begin{pmatrix}\displaystyle\sum_{k=0}^{k=m=ent\left(\frac{n}{2}\right)}C_m^{2k}\ (-1)^{k+2}\cos^{m-2k}(\alpha)\sin^{2k}(\alpha)\\ \displaystyle\sum_{k=0}^{k=m=ent\left(\frac{n-1}{2}\right)}C_m^{2k+1}(-1)^{k+2}\cos^{m-(2k+1)}(\alpha)\sin^{2k+1}(\alpha)\end{pmatrix}avec\ ent\left(\frac{3}{2}\right)=ent\left(1,5\right)=1$$

$$\Leftrightarrow\left(\cos(\alpha)+i\sin(\alpha)\right)^n=\begin{pmatrix}\displaystyle\sum_{k=0}^{k=m}C_m^{2k}\ (-1)^k\cos^{m-2k}(\alpha)\sin^{2k}(\alpha)\\ \displaystyle\sum_{k=0}^{k=m}C_m^{2k+1}(-1)^k\cos^{m-(2k+1)}(\alpha)\sin^k(\alpha)\end{pmatrix}$$

$$\left(\cos(\alpha)+i\sin(\alpha)\right)^n=\begin{pmatrix}\cos(n\alpha)\\ \sin(n\alpha)\end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow\left(\cos(\alpha)+i\sin(\alpha)\right)^n=\cos(n\alpha)+i\sin(n\alpha)$$

Produit de deux nombre complexes trigonométriques :

$$(\cos(\alpha)+i\sin(\alpha))(\cos(\beta)+i\sin(\beta))=\begin{pmatrix}\cos(\alpha)\\ i\sin(\alpha)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\cos(\alpha)\\ i\sin(\beta)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos(\alpha)\cos(\beta)-\sin(\alpha)\sin(\beta)\\ i\ (\sin(\alpha)\cos(\beta)+\sin(\beta)\cos(\alpha)\end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow\begin{pmatrix}\cos(\alpha)\\ \sin(\alpha)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\cos(\alpha)\\ \sin(\beta)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos(\alpha)\cos(\beta)-\sin(\alpha)\sin(\beta)\\ i(\sin(\alpha)\cos(\beta)+\sin(\beta)\cos(\alpha))\end{pmatrix}$$

$$(\cos(\alpha)+i\sin(\alpha))(\cos(\beta)-i\sin(\beta))=\begin{pmatrix}\cos(\alpha)\\ i\sin(\alpha)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\cos(\beta)\\ -i\sin(\beta)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos(\alpha)\cos(\beta)+\sin(\alpha)\sin(\beta)\\ i\ (\sin(\alpha)\cos(\beta)-\sin(\beta)\cos(\alpha)\end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow\begin{pmatrix}\cos(\alpha)\\ \sin(\alpha)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\sin(\alpha)\\ -\sin(\beta)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos(\alpha)\cos(\beta)+\sin(\alpha)\sin(\beta)\\ \sin(\alpha)\cos(\beta)-\sin(\beta)\cos(\alpha)\end{pmatrix}$$

Matrices des identités remarquables trigonométriques vectorielles

Les formules d'addition :

$$\begin{pmatrix} \cos(a-b) \\ \cos(a+b) \\ \sin(a+b) \\ \sin(a-b) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(u;v) = \\ \cos(a-(-b)) \\ \cos\left(\dfrac{\pi}{2}-(a+b)\right) = \\ \sin(a-(-b)) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} XX'+YY' \\ \cos(a-(-b)) \\ \cos\left(\left(\dfrac{\pi}{2}-a\right)-b\right) \\ \sin(a-(-b)) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(a)\cos b+\sin(a)\sin(b) \\ \cos(a)\cos(b)-\sin(a)\sin(b) \\ \sin(a)\cos(b)+\cos(a)\sin(b) \\ \sin(a)\cos(b)-\cos(a)\cos(b) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \tan(a+b) \\ \tan(a-b) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{\sin(a+b)}{\cos(a+b)} \\ \dfrac{\sin(a-b)}{\cos(a-b)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{\dfrac{\sin(a)\cos(b)+\cos(a)\sin(b)}{\cos(a)\cos(b)}}{\dfrac{\cos(a)\cos(b)-\sin(a)\sin(b)}{\cos(a)\cos(b)}} \\ \dfrac{\dfrac{\sin(a)\cos(b)-\cos(a)\sin(b)}{\cos(a)\cos(b)}}{\dfrac{\cos(a)\cos(b)+\sin(a)\sin(b)}{\cos(a)\cos(b)}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{\tan a+\tan(b)}{1-\tan(a)\tan(b)} \\ \dfrac{\tan a+\tan(b)}{1+\tan(a)\tan(b)} \end{pmatrix}$$

Les formules de duplications :

$$\begin{pmatrix} \cos(2a) \\ \sin(2a) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(a+a) \\ \sin(a+a) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(a)\cos(a)-\sin(a)\sin(a) \\ \sin(a)\cos(a)+\sin(a)\cos(a) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos^2(a)-\sin^2(a) \\ 2\sin(a)\cos(a) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \cos^2(a)+\sin^2(a)=1 \\ \cos^2(a)-\sin^2(a)=\cos(2a) \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2\cos^2(a) \\ 2\sin^2(a) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+\cos(2a) \\ 1-\cos(2a) \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2\cos^2(a)-1 \\ 1-2\sin^2(a) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(2a) \\ \cos(2a) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \cos\left(2\dfrac{\alpha}{2}\right) \\ \cos\left(2\dfrac{\alpha}{2}\right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\cos^2\left(\dfrac{\alpha}{2}\right)-1 \\ 1-2\sin^2\left(\dfrac{\alpha}{2}\right) \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} \dfrac{\cos\left(2\dfrac{\alpha}{2}\right)+1}{2} \\ \dfrac{\cos\left(2\dfrac{\alpha}{2}\right)-1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos^2\left(\dfrac{\alpha}{2}\right) \\ \sin^2\left(\dfrac{\alpha}{2}\right) \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} \cos\left(\dfrac{\alpha}{2}\right) \\ \sin\left(\dfrac{\alpha}{2}\right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\dfrac{\cos\left(2\dfrac{\alpha}{2}\right)+1}{2}} \\ \sqrt{\dfrac{\cos\left(2\dfrac{\alpha}{2}\right)-1}{2}} \end{pmatrix}$$

Détermination des résultantes de $(\cos(3\alpha)\ ;\ \sin(3\alpha))$

$$\begin{pmatrix}\cos(3\alpha)\\ \sin(3\alpha)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos(2\alpha+\alpha)\\ \sin(2\alpha+\alpha)\end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow\begin{pmatrix}\cos(3\alpha)\\ \sin(3\alpha)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\left(\cos^2(\alpha)-\sin^2(\alpha)\right)\cos(\alpha)-\left(2\sin(\alpha)\cos(\alpha)\right)\sin(\alpha)\\ \left(2\sin(\alpha)\cos(\alpha)\right)\cos(\alpha)+\left(\cos^2\alpha-\sin^2(\alpha)\right)\sin(\alpha)\end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow\begin{pmatrix}\cos(3\alpha)\\ \sin(3\alpha)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\left(\cos^2(\alpha)\cos(\alpha)-\sin^2(\alpha)\cos(\alpha)\right)-\left(2\sin^2(\alpha)\cos(\alpha)\right)\\ \left(2\sin(\alpha)\cos^2(\alpha)\right)+\left(\cos^2\alpha\sin(\alpha)-\sin^3(\alpha)\right)\end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow\begin{pmatrix}\cos(3\alpha)\\ \sin(3\alpha)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos^3(\alpha)-3\cos(\alpha)\sin^2(\alpha)\\ 3\cos^2(\alpha)\sin(\alpha)-\sin^3(\alpha)\end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow\begin{pmatrix}\cos(3\alpha)\\ \sin(3\alpha)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3\cos(\alpha)+4\cos^3(\alpha)\\ 3\sin(\alpha)-4\sin^3(\alpha)\end{pmatrix}$$

De plus :

$$\begin{pmatrix}\cos(3\alpha)\\ \sin(3\alpha)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos^3(\alpha)-3\cos(\alpha)\sin^2(\alpha)\\ 3\cos^2(\alpha)\sin(\alpha)-\sin^3(\alpha)\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}\cos(3\alpha)\\ \sin(3\alpha)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}(-1)^2\cos^3(\alpha)+(-1)^3(3)\cos(\alpha)\sin^2(\alpha)\\ (-1)^2(3)\cos^2(\alpha)\sin(\alpha)+(-1)^3\sin^3(\alpha)\end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow\left(\cos(3\alpha)+\sin(3\alpha)\right)=\cos^3(\alpha)-3\cos(\alpha)\sin^2(\alpha)+3\cos^2(\alpha)\sin(\alpha)-\sin^3(\alpha)$$

$$Ors:\begin{cases}(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3\\ (a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3\end{cases}\quad et\quad\begin{cases}(-a+b)^3=-a^3+3a^2b-3ab^2+b^3\\ (-a-b)^3=a3-3a^2b-3ab^2-b^3\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow(a\pm b)^3=a^3\pm3a^2b+3ab^2\pm b^3=C_3^0a^3+C_3^1a^2b+C_3^2ab^2+C_3^3b^3=\sum_{k=0}^{k=3}C_3^{2k}a^{n-k}b^k$$

Puisque :

$$\begin{pmatrix}\cos(3\alpha)\\ \sin(3\alpha)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}(-1)^2C_3^0\cos^3(\alpha)+(-1)^3C_3^2\cos(\alpha)\sin^2(\alpha)\\ (-1)^2C_3^1\cos^2(\alpha)\sin(\alpha)+C_3^3(-1)^3\sin^3(\alpha)\end{pmatrix}\Leftrightarrow\left(C_3^0;C_3^1;C_3^2;C_3^3\right)=(1;3;3;1)$$

$$\Leftrightarrow\begin{pmatrix}\cos(3\alpha)\\ \sin(3\alpha)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\displaystyle\sum_{k=0}^{k=3}C_3^{2k}(-1)^{k+2}\cos(\alpha)^{n-k}\sin^{2k}(\alpha)\\ \displaystyle\sum_{k=0}^{k=3}C_3^{2k+1}(-1)^{k+2}\cos(\alpha)^{n-(2k+1)}\sin^{2k+1}(\alpha)\end{pmatrix}$$

$$\left(\cos(3\alpha)+\sin(3\alpha)\right)=\cos^3(\alpha)-3\cos^2(\alpha)\sin(\alpha)+3\cos(\alpha)\sin^2(\alpha)-\sin^3(\alpha)$$

$$\left(\cos(3\alpha)+\sin(3\alpha)\right)=k_1\cos^3(\alpha)+k_2 3\cos(\alpha)\sin^2(\alpha)+k_3 3\cos^2(\alpha)\sin(\alpha)+k_4\sin^3(\alpha)$$

$$\Rightarrow\bigcup_{k=0}^{k=3}k_i=(k_0;k_1;k_2;k_3)=(1;+1;-1;-1)$$

Détermination des résultantes de $\left(Cos(4\alpha)\ ;\ Sin(4\alpha)\right)$

$$\begin{pmatrix} Cos(4\alpha) \\ Sin(4\alpha) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Cos(3\alpha+\alpha) \\ Sin(3\alpha+\alpha) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Cos(3\alpha)Cos(\alpha) - Sin(3\alpha)Sin(\alpha) \\ Sin(3\alpha)Cos(\alpha) + Cos(3\alpha)Sin(\alpha) \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} \cos(3\alpha+\alpha) \\ \sin(3\alpha+\alpha) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (Cos^3(\alpha) - 3Cos(\alpha)Sin(\alpha))Cos(\alpha) - (3\sin(\alpha)\cos(\alpha) - \sin^3(\alpha))\sin(\alpha) \\ \left(3\sin(\alpha)\cos(\alpha) - \sin^3(\alpha)\right)Cos(\alpha) + \left(Cos^3(\alpha) - 3Sin^2(\alpha)\right)Sin(\alpha) \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} \cos(3\alpha+\alpha) \\ \sin(3\alpha+\alpha) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos^2(\alpha) - 6\sin^2(\alpha)\cos^2(\alpha) + \sin^4(\alpha) \\ 4\sin(\alpha)\cos^3(\alpha) - 4\sin^3(\alpha)\cos(\alpha) \end{pmatrix}$$

De plus :

$$\begin{pmatrix} Cos(4\alpha) \\ Sin(4\alpha) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos^2(\alpha) - 6\sin^2(\alpha)\cos^2(\alpha) + \sin^4(\alpha) \\ 4\sin(\alpha)\cos^3(\alpha) - 4\sin^3(\alpha)\cos(\alpha) \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} Cos(4\alpha) \\ Sin(4\alpha) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (-1)C_4^0\cos^2(\alpha) + (-1)^3C_4^2\sin^2(\alpha)\cos^2(\alpha) + (-1)^4C_4^4\sin^4(\alpha) \\ (-1)^2C_4^1\sin(\alpha)\cos^3(\alpha) + (-1)^3C_4^5\sin^3(\alpha)\cos(\alpha) \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow Cos(4\alpha) + Sin(4\alpha) = \cos^2(\alpha) + 4\cos^3(\alpha)\sin(\alpha) - 6\sin^2(\alpha)\cos^2(\alpha) - 4\cos(\alpha)\sin^3(\alpha) + \sin^4(\alpha)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Cos(4\alpha) + Sin(4\alpha) = \cos^2(\alpha) + 4\cos^3(\alpha)\sin(\alpha) - 6\sin^2(\alpha)\cos^2(\alpha) + \sin^4(\alpha) - 4\cos(\alpha)\sin^3(\alpha) \\ Cos(4\alpha) + Sin(4\alpha) = \begin{pmatrix} k_0\cos^2(\alpha) + k_2 6\sin^2(\alpha)\cos^2(\alpha) + k_4\sin^4(\alpha \\ k_1 4\cos^3(\alpha)\sin(\alpha) + k_3 4\cos(\alpha)\sin^3(\alpha) \end{pmatrix} \\ \qquad\qquad \bigcup_{k=0}^{k=4} k_i = (k_0;k_1;k_2;k_3;k_4) = (1;+1;-1;-1;+1) \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} (a+b) \\ (a-b) \end{pmatrix}^4 = \begin{pmatrix} a^2 + 4a^2b + 6a^2b^2 + 4ab^2 + b^3 \\ a^2 - 4a^2b + 6a^2b^2 + 4ab^2 - b^3 \end{pmatrix} = \left(\begin{pmatrix} +1;+1;+1;+1;+1 \\ +1;-1;+1;+1;-1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1;4;6;4;1 \\ 1;4;6;4;1 \end{pmatrix} \right)\left(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4\right)$$

$$\left((a \pm b)\right)^4 = \left(a^2 \pm 4a^2b + 6a^2b^2 + 4ab^2 \pm b^3\right) = \left((+1;\pm1;+1;+1;\pm1)\circ\left(C_4^0 1;C_4^1;C_4^2;C_4^3;C_4^3\right)\right)\left(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4\right)$$

Remarque :

$$\begin{pmatrix} Cos(4\alpha) \\ Sin(4\alpha) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Cos(2(2\alpha) \\ Sin(2(2\alpha) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(2\alpha+2\alpha) \\ \sin(2\alpha+2\alpha) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Cos(2A) \\ Sin(2A) \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} \cos(2\alpha+2\alpha) \\ \sin(2\alpha+2\alpha) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos^2(2\alpha) - \sin^2(2\alpha) \\ 2\sin(2\alpha)\cos(2\alpha) \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} \cos(2\alpha+2\alpha) \\ \sin(2\alpha+2\alpha) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(\cos(2\alpha)\right)^2 - \left(\sin(2\alpha)\right)^2 \\ 2\sin(2\alpha)\cos(2\alpha) \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} \cos(2\alpha+2\alpha) \\ \sin(2\alpha+2\alpha) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(\cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha)\right)^2 - \left(2\sin(\alpha)\cos(\alpha)\right)^2 \\ \left[2(2\sin(\alpha)\cos(\alpha))\right]\left[(\cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha)\right] \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} \cos(2\alpha+2\alpha) \\ \sin(2\alpha+2\alpha) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left[\cos^4(\alpha) - 2\sin^2(\alpha)\cos^2(\alpha) + \sin^4(\alpha)\right] - \left[4\sin^2(\alpha)\cos^2(\alpha)\right] \\ \left[4\sin(\alpha)\cos(\alpha)\right]\cos^2(\alpha) - \left[4\sin(\alpha)\cos(\alpha)\right]\sin^2(\alpha) \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} \cos(4\alpha) \\ \sin(4\alpha) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos^2(\alpha) - 6\sin^2(\alpha)\cos^2(\alpha) + \sin^4(\alpha) \\ 4\sin(\alpha)\cos^3(\alpha) - 4\sin^3(\alpha)\cos(\alpha) \end{pmatrix}$$

Déterminations des résultantes de $\left(Cos(5\alpha)\ ;\ Sin(5\alpha)\right)$

$$\begin{pmatrix} Cos(5\alpha) \\ Sin(5\alpha) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Cos(4\alpha+\alpha) \\ Sin(4\alpha+\alpha) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Cos(4\alpha)Cos(\alpha) - Sin(4\alpha)Sin(\alpha) \\ Cos(4\alpha)Sin(\alpha) + Sin(4\alpha)C\text{os}(\alpha) \end{pmatrix}$$

$Posons : C = Cos(\alpha)\ ;\ S = Sin(\alpha)\ ;\ il\ vient\ que$

$$\begin{pmatrix} Cos(5\alpha) \\ Sin(5\alpha) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(C^4 - 6S^2C^2 + S^4\right)C - \left(4SC^3 - 4S^3C\right)S \\ \left(C^4 - 6S^2C^2 + S^4\right)S - \left(4SC^3 - 4S^3C\right)C \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} Cos(5\alpha) \\ Sin(5\alpha) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C^5 - 6S^2C^3 + S^4C - 4S^2C^3 + 4S^4C \\ SC^4 - 6S^3C^2 + S^5 + 4SC^4 - 4S^3C^2 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} Cos(5\alpha) \\ Sin(5\alpha) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C^5 - 10S^2C^3 + 5S^4C \\ 5SC^4 - 10S^3C^2 + S^5 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} Cos(5\alpha) \\ Sin(5\alpha) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Cos^5(\alpha) - 10Sin^2(\alpha)Cos^3(\alpha) + 5Sin^4(\alpha)Cos(\alpha) \\ 5Sin(\alpha)Cos^4(\alpha) - 10Sin^3(\alpha)Cos^2(\alpha) + Sin(\alpha)^5 \end{pmatrix}$$

De plus :

$$\begin{pmatrix} Cos(5\alpha) \\ Sin(5\alpha) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Cos^5(\alpha) - 10Sin^2(\alpha)Cos^3(\alpha) + 5Sin^4(\alpha)Cos(\alpha) \\ 5Sin(\alpha)Cos^4(\alpha) - 10Sin^3(\alpha)Cos^2(\alpha) + Sin(\alpha)^5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} Cos(5\alpha) \\ Sin(5\alpha) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (-1)^2(1)Cos^5(\alpha) + (-1)^3(10)Sin^2(\alpha)Cos^3(\alpha) + (-1)^4(5)Sin^4(\alpha)Cos(\alpha) \\ (-1)^2(5)Sin(\alpha)Cos^4(\alpha) + (-1)^3(10)Sin^3(\alpha)Cos^2(\alpha) + (-1)^4(1)Sin(\alpha)^5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} Cos(5\alpha) \\ Sin(5\alpha) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (-1)^2 C_5^0 Cos^5(\alpha) + (-1)^3 C_5^2 Sin^2(\alpha)Cos^3(\alpha) + (-1)^4 C_5^4 Sin^4(\alpha)Cos(\alpha) \\ (-1)^2 C_5^1 Sin(\alpha)Cos^4(\alpha) + (-1)^3 C_5^3 Sin^3(\alpha)Cos^2(\alpha) + (-1)^4 C_5^5 Sin(\alpha)^5 \end{pmatrix}$$

Soit

$$P = Cos^5(\alpha) + 5Cos^4(\alpha)Sin(\alpha) - 10Cos^3(\alpha)Sin^2(\alpha) - 10Cos^2(\alpha)Sin^3(\alpha) + 5Sin^4(\alpha)Cos(\alpha) + Sin(\alpha)^5$$

$$\Leftrightarrow P = Cos^5(\alpha) + 5Cos^4(\alpha)Sin(\alpha) - 10Cos^3(\alpha)Sin^2(\alpha) - 10Cos^2(\alpha)Sin^3(\alpha) + 5Sin^4(\alpha)Cos(\alpha) + Sin(\alpha)^5$$

$$\Leftrightarrow P = k_0 5Cos^5(\alpha) + k_1 10Cos^4(\alpha)Sin(\alpha) + 10Cos^3(\alpha)Sin^2(\alpha) + k_3 10Cos^2(\alpha)Sin^3(\alpha) + k_4 5Sin^4(\alpha)Cos(\alpha) + k_5 Sin(\alpha)^5$$

$$\Rightarrow \bigcup_{k=0}^{k=5} k_i = (k_0; k_1; k_2; k_3; k_4; k_5) = (1; +1; -1; -1; +1; +1)$$

Remarque :

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} (a+b) \\ (a-b) \end{pmatrix}^5 = \left(\begin{pmatrix} +1;+1;+1;+1;+1;+1 \\ +1;-1;+1;-1;+1;-1; \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1;5;10;10;1 \\ 1;5;10;10;1 \end{pmatrix} \right) \left(a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10ab^3 + 5ab^4 + b^5\right) \\ \bigcup_{k=0}^{k=5} k_i = (1; +1; -1; -1; +1; +1) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} (a+b) \\ (a-b) \end{pmatrix}^5 = \begin{pmatrix} a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10ab^3 + 5ab^4 + b^5 \\ a^5 - 5a^4b + 10a^3b^2 - 10ab^3 + 5ab^4 - b^5 \end{pmatrix}$$

Bien, on résume :

$$\begin{cases}(\cos 2\alpha ; Sin2\alpha) \Rightarrow (k_0 ; k_1 ; k_2) & = (+1;+1;-1) & = \begin{pmatrix} +1_0 ; -1_2 \\ +1_1 ;) \end{pmatrix} \\ (a-b)^2 \qquad \Rightarrow (k_0 ; k_1 ; k_2) & = (+1;-1;+1) & \end{cases}$$

$$\begin{cases}(\cos(3\alpha) ; Sin(3\alpha) \Rightarrow (k_0 ; k_1 ; k_2 ; k_3) & = (+1;+1;-1;-1) & = \begin{pmatrix} +1_0 ; -1_2 \\ +1_1 ; -1_3 \end{pmatrix} \\ (a-b)^3 \qquad \Rightarrow (k_0 ; k_1 ; k_2 ; k_3) & = (+1;-1;+1;-1) & = \begin{pmatrix} (+1_0 ; -1_2 \\ -1_1 ; -1_3) \end{pmatrix} \end{cases}$$

$$\begin{cases}(\cos(4\alpha) ; Sin(4\alpha) \Rightarrow (k_0 ; k_1 ; k_2 ; k_3 ; k_4) & = (1;+1;-1;-1;+1) & = \begin{pmatrix} +1_0 ; -1_2 ; +1_4 \\ +1_1 ; -1_3 \end{pmatrix} \\ (a-b)^4 \qquad \Rightarrow (k_0 ; k_1 ; k_2 ; k_3 ; k_4) & = (1;-1;+1;-1;+1) & = \begin{pmatrix} +1_0 ; +1_2 ; +1_4 \\ -1_1 ; -1_3 \end{pmatrix} \end{cases}$$

$$\begin{cases}(\cos(5\alpha) ; Sin(5\alpha) \Rightarrow (k_0 ; k_1 ; k_2 ; k_3 ; k_4 ; k_5) = (1;+1;-1;-1;+1;+1) = \begin{pmatrix} +1_0 ; -1_2 ; +1_4 \\ +1_1 ; -1_3 ; +1_5 \end{pmatrix} \\ (a-b)^5 \qquad \Rightarrow (k_0 ; k_1 ; k_2 ; k_3 ; k_4 ; k_5) = (1;-1;+1;-1;+1;-1) = \begin{pmatrix} +1_0 ; +1_2 ; +1_4 \\ -1_1 ; -1_3 ; -1_5 \end{pmatrix} \end{cases}$$

Introduction des nombres complexes trigonométriques

On constate à chaque fois que $k_2 = -1 \ et \ k_4 = +1$

Ors dans les équations du second degré, on sait que $i^2 = -1$ tel que $x^2 = -1 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{-1}$

Par suite $\left(i^0 ; i^1 ; i^2 ; i^3 ; i^4 ; i^5\right) = \left(i^0 ; i^1 ; i^2 ; i^2 \times i ; i^2 \times i^2 ; i^2 \times i^2 \times i\right) = (1; i; -1; -i; 1) = \begin{pmatrix} (1;-1;1) \\ i(1;-1;1) \end{pmatrix}$

Soit plus globalement :

$$\Leftrightarrow \bigcup_{k=0}^{k=4} i^k = (1;(i;-1;-i;1)) \ ; \ \bigcup_{k=4}^{k=8} i^k = (i;-1;-i;1) \ ect$$

Ce qui permit à Moivre de composer les identités remarquables trigonométriques complexes :

$$\begin{cases}\begin{pmatrix}(\cos(\alpha)+i\sin(\alpha))^2\\(\cos(\alpha)-i\sin(\alpha))^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos^2(\alpha)-\sin^2(\alpha)+i(2\sin(\alpha)\cos(\alpha))\\\cos^2(\alpha)-\sin^2(\alpha)+i(2\sin(\alpha)\cos(\alpha))\end{pmatrix}\\ \begin{pmatrix}(\cos(\alpha)+i\sin(\alpha))^3\\(\cos(\alpha)-i\sin(\alpha))^3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos^2(\alpha)-3\cos(\alpha)\sin^2(\alpha)+i(\ 3\cos^2(\alpha)\sin(\alpha)-\sin^2(\alpha))\\\cos^2(\alpha)+3\cos(\alpha)\sin^2(\alpha)+i(\ -3\cos^2(\alpha)\sin(\alpha)+\sin^2(\alpha))\end{pmatrix}\\ \begin{pmatrix}(\cos(\alpha)+i\sin(\alpha))^4\\(\cos(\alpha)-i\sin(\alpha))^4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos^2(\alpha)-6\sin^2(\alpha)\cos^2(\alpha)+\sin^4(\alpha)+i(4\sin(\alpha)\cos^3(\alpha)-4\sin^3(\alpha)\cos(\alpha))\\\cos^2(\alpha)+6\sin^2(\alpha)\cos^2(\alpha)-\sin^4(\alpha)+i(-4\sin(\alpha)\cos^3(\alpha)+4\sin^3(\alpha)\cos(\alpha))\end{pmatrix}\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}(\cos(\alpha)+i\sin(\alpha))^2=\begin{pmatrix}\cos^2(\alpha)-\sin^2(\alpha)\\2\sin(\alpha)\cos(\alpha)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos(2\alpha)\\\sin(2\alpha)\end{pmatrix}\\(\cos(\alpha)+i\sin(\alpha))^3=\begin{pmatrix}\cos^3(\alpha)-3\cos(\alpha)\sin^2(\alpha)\\3\cos^2(\alpha)\sin(\alpha)-\sin^3(\alpha)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos(3\alpha)\\\sin(3\alpha)\end{pmatrix}\\(\cos(\alpha)+i\sin(\alpha))^4=\begin{pmatrix}\cos^2(\alpha)-6\sin^2(\alpha)\cos^2(\alpha)+\sin^4(\alpha)\\4\sin(\alpha)\cos^3(\alpha)-4\sin^3(\alpha)\cos(\alpha)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos(4\alpha)\\\sin(4\alpha)\end{pmatrix}\\(\cos(\alpha)+i\sin(\alpha))^5=\begin{pmatrix}Cos^5(\alpha)-10Sin^2(\alpha)Cos^3(\alpha)+5Sin^4(\alpha)Cos(\alpha)\\5Sin(\alpha)Cos^4(\alpha)-10Sin^3(\alpha)Cos^2(\alpha)+Sin(\alpha)^5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}Cos(5\alpha)\\Sin(5\alpha)\end{pmatrix}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}(\cos(\alpha)+i\sin(\alpha))^2=\cos(2\alpha)+i\sin(2\alpha)\\(\cos(\alpha)+i\sin(\alpha))^3\cos(3\alpha)+i\sin(3\alpha)\\(\cos(\alpha)+i\sin(\alpha))^4=\cos(4\alpha)+i\sin(4\alpha)\\(\cos(\alpha)+i\sin(\alpha))^5=\cos(5\alpha)+i\sin(5\alpha)\end{cases}$$

Et de manière générale, on en déduit que :

$$(\cos(\alpha)+i\sin(\alpha))^n=\sum_{k=0}^{k=n}C_n^k\ \cos^{n-k}(\alpha)\,i^k\sin^k(\alpha)$$

$$\Leftrightarrow(\cos(\alpha)+i\sin(\alpha))^n=\left(\sum_{k=0}^{k=n}C_m^k\ i^{(2k)}\cos^{(n-2k)}(\alpha)\sin^{(2k)}(\alpha)\right)-i\left(\sum_{k=0}^{k=n}C_n^k\,i^{2k}\cos^{n-(2k+1)}(\alpha)\sin^{(2k+1)}(\alpha)\right)$$

$$\Leftrightarrow(\cos(\alpha)+i\sin(\alpha))^n=\begin{pmatrix}\displaystyle\sum_{k=0}^{k=m=ent\left(\frac{n}{2}\right)}C_m^{2k}\ (-1)^{k+2}\cos^{m-2k}(\alpha)\sin^{2k}(\alpha)\\\displaystyle\sum_{k=0}^{k=m=ent\left(\frac{n-1}{2}\right)}C_m^{2k+1}(-1)^{k+2}\cos^{m-(2k+1)}(\alpha)\sin^{2k+1}(\alpha)\end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow(\cos(\alpha)+i\sin(\alpha))^n=\begin{pmatrix}\cos(n\alpha)\\\sin(n\alpha)\end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow(\cos(\alpha)+i\sin(\alpha))^n=\cos(n\alpha)+i\sin(n\alpha)$$

Cela rejoint les formules de Tchebychev qui lui, les a étudiées dans les interpolations de polynômes :

$$(\cos(n\alpha);\sin(n\alpha))=\left(\sum_{k=0}^{k=m}C_n^{2k}\ (-1)^k\cos^{n-2k}(\alpha)\sin^{2k}(\alpha);\sum_{k=0}^{k=m}C_n^{2k+1}(-1)^k\cos^{n-(2k+1)}(\alpha)\sin^k(\alpha)\right)$$

Calculs Trigonométriques

Des formules d'additions :

$$\begin{pmatrix}\cos(a-b)\\ \cos(a+b)\\ \sin(a+b)\\ \sin(a-b)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos(a)\cos b+\sin(a)\sin(b)\\ \cos(a)\cos(b)-\sin(a)\sin(b)\\ \sin(a)\cos(b)+\cos(a)\sin(b)\\ \sin(a)\cos(b)-\cos(a)\cos(b)\end{pmatrix}\Leftrightarrow\begin{cases}\begin{pmatrix}\cos(a-b)\\ \sin(a-b)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos(a)\cos b+\sin(a)\sin(b)\\ \sin(a)\cos(b)-\cos(a)\cos(b)\end{pmatrix}\\ \begin{pmatrix}\cos(a+b)\\ \sin(a+b)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos(a)\cos(b)-\sin(a)\sin(b)\\ \sin(a)\cos(b)+\cos(a)\sin(b)\end{pmatrix}\end{cases}$$

On peut calculer les angles suivants :

$$\begin{pmatrix}\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{6}\\ \frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}\\ \frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{6}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{(6-4)}{6.4}\pi\\ \frac{(4-3)}{3.4}\pi\\ \frac{(6-3)}{3.6}\pi\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{2}{24}\pi\\ \frac{1}{12}\pi\\ \frac{3}{18}\pi\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{1}{12}\pi\\ \frac{1}{12}\pi\\ \frac{1}{6}\pi\end{pmatrix};\begin{pmatrix}\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{6}\\ \frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}\\ \frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{6}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{(6+4)}{6.4}\pi\\ \frac{(4+3)}{3.4}\pi\\ \frac{(6+3)}{3.6}\pi\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{10}{24}\pi\\ \frac{7}{12}\pi\\ \frac{9}{18}\pi\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{5}{12}\pi\\ \frac{7}{12}\pi\\ \frac{1}{2}\pi\end{pmatrix}$$

Il vient que leurs formules d'additions donnent les angles numériques suivants :

$$\begin{cases}\begin{pmatrix}\cos(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{6})\\ \sin(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{6})\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)+\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\\ \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)-\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{1}{2}\\ \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{1}{2}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\\ \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)\\ \sin\left(\frac{\pi}{12}\right)\end{pmatrix}\\ \begin{pmatrix}\cos(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4})\\ \sin(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4})\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)+\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\\ \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)-\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{\sqrt{2}}{2}\\ \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{1}{2}\frac{\sqrt{2}}{2}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}\\ \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)\\ \sin\left(\frac{\pi}{12}\right)\end{pmatrix}\\ \begin{pmatrix}\cos(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{6})\\ \sin(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{6})\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)+\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\\ \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)-\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\frac{\sqrt{3}}{2}\\ \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}\frac{1}{2}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{2\sqrt{3}}{4}\\ \frac{3-1}{4}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{\sqrt{3}}{2}\\ \frac{1}{2}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)\\ \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\end{pmatrix}\end{cases}$$

Nous constatons que les formules d'additions sont relativement limitées donnant les même angles

Remarque :

$$\begin{cases}\sqrt{2}=1,\ 414\ 135\ 562\\ \sqrt{3}=1,\ 732\ 050\ 808\\ \sqrt{6}=\sqrt{2}\sqrt{3}=2,\ 449\ 489\ 743\end{cases}\qquad\begin{cases}\sqrt{6}+\sqrt{2}=3,\ 863\ 703\ 305\\ \sqrt{6}-\sqrt{2}=1,\ 035\ 276\ 618\end{cases}$$

Bien, cela fait deux jours (et quelques années au football que la télévision en parle), soit bassine entre guillemet. Bon, même si je m'en rappelais plus. Vrai, dans la région nous utilisons cette méthode entre 1991 et 1993, à une différence que nous l'exprimons sous forme de déterminants. On l'appelait le déterminant zégama $Z\gamma$ dans□ et Zigamma $Zi\gamma$ dans □

Du déterminant d'un système d'équation (2 ;2) effectuant un gamma

$$\gamma = \begin{vmatrix} a_0 & b_0 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} = a_0b_1 - a_1b_0$$

Nous pouvons construire les déterminants de $\cos(\alpha-\beta)$ et de $\sin(\alpha-\beta)$ que nous assemblons tel que

$$r\begin{pmatrix} \cos(\alpha-\beta) \\ \sin(\alpha-\beta) \end{pmatrix} = r\begin{pmatrix} \cos(\alpha)\cos(\beta)+\sin(\alpha)\sin(\beta) \\ \cos(\alpha)\sin(\beta)-\sin(\alpha)\cos(\beta) \end{pmatrix} = r\begin{pmatrix} c_0s_0 - s_1c_1 \\ c_1s_0 + s_1c_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r(c_0s_0 - s_1c_1) \\ r(c_1s_0 + s_1c_0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} \cos(\alpha-\beta) \\ \sin(\alpha-\beta) \end{pmatrix} = z\gamma \begin{vmatrix} \cos(\alpha) & \cos(\beta) \\ \sin(\alpha) & \sin(\beta) \end{vmatrix} = z\gamma \begin{vmatrix} c_0 & s_0 \\ c_1 & s_1 \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} c_0s_0 + s_1c_1 \\ s_0c_1 - s_0c_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_0s_0 + s_1c_1 \\ c_1s_0 - s_1c_0 \end{pmatrix}$$

De même que

$$\begin{pmatrix} \cos(\alpha+\beta) \\ \sin(\alpha+\beta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha)\cos(\beta)-\sin(\alpha)\sin(\beta) \\ \cos(\alpha)\cos(\beta)+\sin(\alpha)\sin(\beta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_0s_0 - c_1s_1 \\ c_1s_0 + s_1c_0 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} \cos(\alpha-\beta) \\ \sin(\alpha-\beta) \end{pmatrix} = z\gamma \begin{vmatrix} \cos(\alpha) & \cos(\beta) \\ \sin(\alpha) & -\sin(\beta) \end{vmatrix} = z\gamma \begin{vmatrix} c_0 & s_0 \\ c_1 & -s_1 \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} c_0s_1 - (-s_1)c_0 \\ s_0c_1 + (-s_1)c_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_0s_1 - (-s_1)c_0 \\ c_1s_0 + (-s_1)c_0 \end{pmatrix}$$

Remarque :

$$\Rightarrow r\begin{pmatrix} c_0c_1 - s_0s_1 \\ c_1s_0 + s_1c_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r(c_0c_1 - s_0s_1) \\ r(c_1s_0 + s_1c_0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} rX \\ rY \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$$

<u>Introduction au nombre complexe</u>

Ce qui rejoint la vision de Science Ch avec la matrice trigonométrique rotationnelle :

Des expressions conjuguées des racines carrées, cubique, n ième

$$\frac{a}{\sqrt{a}} = \frac{a}{\sqrt{a}} \times \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{a\sqrt{a}}{\left(\sqrt{a}\right)^2}$$

On peut écrire l'expression conjuguée complexe :

$$\frac{a}{ib} = \frac{a}{ib} \times \frac{ib}{ib} = \frac{i\,ab}{i^2b^2} = \frac{i\,ab}{-b^2}$$

Et par suite le nombre z d'expression $z = a + ib$ a pour expressions conjugés $z = a - ib$ que l'on note $\bar{z}$ soit $z = a + ib \Rightarrow \bar{z} = a - ib$, il vient que $z\bar{z} = (a+ib)(a-ib) = a^2 + iab - iab - i^2b^2 = a^2 + b^2$

Enfin étendons l'expression conjugué qui représentent les identités remarquables tel que :

$$(a_0 + ib_0)(a_1 + ib_1) = (a_0a_1 + i\ a_0b_1 + ib_0a_1 + i^2b_0b_1) = (a_0a_1 + i\ a_0b_1 + ib_0a_1 + (-1)b_0b_1)$$

$$(a_0 + ib_0)(a_1 + ib_1) = \begin{pmatrix} a_0a_1 - b_0b_1 \\ i\ (a_0b_1 + ib_0a_1) \end{pmatrix}$$

$$(a_0 + ib_0)(a_1 - ib_1) = (a_0a_1 - ib_0a_1 + i\ a_0b_1 - i^2b_0b_1) = (a_0a_1 + ib_0a_1 - i\ a_0b_1 - (-1)b_0b_1) = \begin{pmatrix} a_0a_1 + b_0b_1 \\ i\ (b_0a_1 - a_0b_1) \end{pmatrix}$$

Ors en posant :

$$\begin{pmatrix} c_0 & c_1 \\ s_0 & s_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & \cos(\beta) \\ \sin(\alpha) & \sin(\beta) \end{pmatrix}$$

On peut écrire :

$$(\cos(\alpha)+i\sin(\alpha))(\cos(\beta)+i\sin(\beta)) = \begin{pmatrix} \cos(\alpha)\cos(\beta)-\sin(\alpha)\sin(\beta) \\ i\ (\sin(\alpha)\cos(\beta)+\sin(\beta)\cos(\alpha) \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} \cos(\alpha) \\ i\sin(\alpha) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \cos(\alpha) \\ i\sin(\beta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) \\ i\sin(\alpha) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \cos(\alpha) \\ i\sin(\beta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha)\cos(\beta)-\sin(\alpha)\sin(\beta) \\ i(\sin(\alpha)\cos(\beta)+\sin(\beta)\cos(\alpha)) \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow (\cos(\alpha)+i\sin(\alpha))(\cos(\beta)-i\sin(\beta)) = \begin{pmatrix} \cos(\alpha)\cos(\beta)+\sin(\alpha)\sin(\beta) \\ i\ (\sin(\alpha)\cos(\beta)-\sin(\beta)\cos(\alpha) \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} \cos(\alpha) \\ i\sin(\alpha) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \cos(\beta) \\ -i\sin(\beta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \sin(\alpha) \\ -\sin(\beta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha)\cos(\beta)+\sin(\alpha)\sin(\beta) \\ \sin(\alpha)\cos(\beta)-\sin(\beta)\cos(\alpha) \end{pmatrix}$$

Par conséquent le déterminant zigamma que l'on a noté ziγ et puis zγ finalement, est :

$$\begin{pmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\beta) \end{pmatrix} = z\gamma\begin{vmatrix} \cos(\alpha) & \cos(\beta) \\ \sin(\alpha) & \sin(\beta) \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha)\cos(\beta)-\sin(\alpha)\sin(\beta) \\ \sin(\alpha)\cos(\beta)+\sin(\beta)\cos(\alpha) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha-\beta)) \\ \sin(\alpha-\beta) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \cos(\beta) \\ -\sin(\beta) \end{pmatrix} = z\gamma\begin{vmatrix} \cos(\alpha) & \cos(\beta) \\ \sin(\alpha) & -\sin(\beta) \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha)\cos(\beta)+\sin(\alpha)\sin(\beta) \\ \sin(\alpha)\cos(\beta)-\sin(\beta)\cos(\alpha) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha+\beta)) \\ \sin(\alpha+\beta) \end{pmatrix}$$

Exemple numérique :

$$\begin{pmatrix} \cos(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{6}) \\ \sin(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{6}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{5}{12}\pi\right) \\ \sin\left(\frac{5}{12}\pi\right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \\ \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \\ \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \end{pmatrix} = z\gamma\begin{vmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{1}{2} \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} \\ \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \cos(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{6}) \\ \sin(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{6}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{5}{12}\pi\right) \\ \sin\left(\frac{5}{12}\pi\right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \\ \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \\ -\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \end{pmatrix} = z\gamma\begin{vmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{\sqrt{2}}{2}-(-\frac{1}{2}\frac{\sqrt{2}}{2}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} \\ \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} \end{pmatrix}$$

Remarque : on aurait pu encore noté le déterminant zégamma par le det et les matrice :

$$\left|\begin{pmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \cos(\beta) \\ -\sin(\beta) \end{pmatrix}\right| = \begin{pmatrix} \cos(\alpha)\cos(\beta)+\sin(\alpha)\sin(\beta) \\ \sin(\alpha)\cos(\beta)-\sin(\beta)\cos(\alpha) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha+\beta)) \\ \sin(\alpha+\beta) \end{pmatrix}$$

Nous étions dans une salle d'étude au lycée Jean Michel à Champagnole en 1991 ou 1992, lors d'une récrée, je lisais le livre hachette et je me demandais ce qu'était ce tableau, Mohamed m'a répondu que cela amenait au quaternion soit disant, et finalement on en a fait un déterminant zégamma, que certains et certaines ont utilisées, et d'autre ont cherché à démontrer. En tout cas, on en a bien rigolé du zi zi comme blague. Il y avait Virginie et une amie à elle. Je n'avais pas encore les nombres complexes, mais je comprenais bien que c'était le déterminant que nous y voyons, et puis après perte de mémoire, on est passé à autre chose.

Remarque : fraction de nombres complexes trigonométriques

$$De\ \frac{(a+ib)}{(c+id)}=\frac{(a+ib)(c-id)}{(c+id)(c-id)}=\frac{(ac-i^2bd)+i(ad-bd)}{c^2-i^2d^2}=\frac{(ac+bd)+i(ad-bd)}{c^2+d^2}$$

$$ou\ \frac{(a+ib)}{(c-id)}=\frac{(a+ib)(c+id)}{(c-id)(c+id)}=\frac{(ac+i^2bd)+i(ad+bd)}{c^2-i^2d^2}=\frac{(ac-bd)+i(ad+bd)}{c^2+d^2}$$

On peut écrire :

$$\frac{(a+ib)}{(c+id)}=\frac{(a+ib)(c-id)}{(c+id)(c-id)}=\frac{(ac-i^2bd)+i(ad-bd)}{c^2-i^2d^2}=\frac{(ac+bd)+i(ad-bd)}{c^2+d^2}$$

Par suite on peut écrire les matrices $M_{12}(\mathbb{C})$ lu M 1 ligne croix 2 colonnes dans l'ensemble $\mathbb{C}$:

$$\frac{\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}\begin{pmatrix}c\\-d\end{pmatrix}}{\begin{pmatrix}c\\d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}c\\-d\end{pmatrix}}=\frac{\begin{pmatrix}ac+bd\\ad-bd\end{pmatrix}}{\begin{pmatrix}c\\d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}c\\-d\end{pmatrix}}=\frac{\begin{pmatrix}ac+bd\\ad-bd\end{pmatrix}}{c^2+d^2}\quad et\ \frac{\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}\begin{pmatrix}c\\d\end{pmatrix}}{\begin{pmatrix}c\\-d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}c\\d\end{pmatrix}}=\frac{\begin{pmatrix}ac-bd\\ad+bd\end{pmatrix}}{c^2+d^2}$$

$$\Rightarrow\frac{\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}\begin{pmatrix}c\\-d\end{pmatrix}}{\begin{pmatrix}c\\d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}c\\-d\end{pmatrix}}=\frac{-\left[\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}\begin{pmatrix}c\\d\end{pmatrix}\right]}{\begin{pmatrix}c\\-d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}c\\d\end{pmatrix}}\Leftrightarrow\frac{\begin{pmatrix}ac+bd\\ad-bd\end{pmatrix}}{\begin{pmatrix}c\\d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}c\\-d\end{pmatrix}}=\frac{-\begin{pmatrix}ac+bd\\ad-bd\end{pmatrix}}{\begin{pmatrix}c\\-d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}c\\d\end{pmatrix}}$$

Exemple numérique (Livre bordas 2007) :

$$P=\frac{\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)-i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)}=\frac{\begin{pmatrix}\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)\\\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)\\\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\end{pmatrix}}{\begin{pmatrix}\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)\\-\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)\\\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\end{pmatrix}}=\frac{\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}\begin{pmatrix}c\\d\end{pmatrix}}{\begin{pmatrix}c\\-d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}c\\d\end{pmatrix}}=\frac{\begin{pmatrix}ac-bd\\ad+bd\end{pmatrix}}{c^2+d^2}$$

$$\Leftrightarrow P=\frac{\begin{pmatrix}\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)\\\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\end{pmatrix}}{\begin{pmatrix}\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)\\-\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\end{pmatrix}}=\frac{\begin{pmatrix}\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\sqrt{3}}{2}\\\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{1}{2}\end{pmatrix}}{\begin{pmatrix}\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\sqrt{3}}{2}\\-\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{1}{2}\end{pmatrix}}=\frac{\begin{pmatrix}\frac{\sqrt{6}}{4}\\\frac{\sqrt{2}}{4}\end{pmatrix}}{\begin{pmatrix}\frac{\sqrt{6}}{4}\\-\frac{\sqrt{2}}{4}\end{pmatrix}}=\frac{\begin{pmatrix}\frac{\sqrt{6}}{4}\\\frac{\sqrt{2}}{4}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\frac{\sqrt{6}}{4}\\\frac{\sqrt{2}}{4}\end{pmatrix}}{\begin{pmatrix}\frac{\sqrt{6}}{4}\\-\frac{\sqrt{2}}{4}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\frac{\sqrt{6}}{4}\\\frac{\sqrt{2}}{4}\end{pmatrix}}=\frac{\begin{pmatrix}\frac{6-4}{2.8}\\\frac{4\sqrt{3}}{2.8}\end{pmatrix}}{\frac{6+4}{2.8}}=\frac{\left(2+i4\sqrt{3}\right)}{10}=\frac{(1+i2\sqrt{3})}{5}$$

Les auteurs en trigonométrie analytique et trigonométrie complexe :

Trigonométrie triangulaire
Mésopotamie ; Vallée de l'indus (Sulba sutras)
Lagadha (-1350 ; -1200)
Vedanga Jyotischa

Monde Grec
Hipparque de Nicée (-190 ; -120)
Ptolémee (an 150)
Georg von Purbach
Réiomontanus
Ménélaos d'alexandrie
Aryabhata
Brahmagupta

Monde musulmans
Omar Kahayyam (1048 ; 1131)
Bhaskara (1150)
Nasir al Din Tusi
Al Kaschi

Europe
Oronce Finé
Pédros Nunes
Joachim Rheticus
Bartholmaüs Pitiscus
Adrien Romain

Trigonométrie circulaire et triangulaire

Pythagore (;)
Robert Hues (1553 ; 1632)
François Viète (1540 ; 1603)
Thomas Simpson (1710 ; 1761)
L'Abbé Picard (1620 ; 1682)
John Machin (1680-1751)
John Taylor (;)
John Mac Laurin (;)
Léonard Euler (1707 ; 1783)
Pafnouti Tchebychev (1821 ; 1894)

Applications

Les applications de la trigonométrie sont extrêmement nombreuses. En particulier, elle est utilisée en astronomie, et en navigation avec notamment la technique de triangulation. Les autres champs où la trigonométrie intervient sont (liste non exhaustive) : acoustique, optique, électronique, statistique, économie, biologie, chimie, médecine, physique, météorologie, géodésie, géographie, cartographie, cryptographie